



TITLE:

# 日本参議院の非対称パワー指数による分析 (確率的環境下における数理モデルの理論と応用)

AUTHOR(S):

武藤, 央; 穴太, 克則

---

CITATION:

武藤, 央 ...[et al]. 日本参議院の非対称パワー指数による分析 (確率的環境下における数理モデルの理論と応用). 数理解析研究所講究録 2017, 2044: 61-68

ISSUE DATE:

2017-09

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/236982>

RIGHT:

## 日本参議院の非対称パワー指数による分析

武藤 央<sup>\*1</sup>, 穴太 克則<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup>: 芝浦工業大学大学院 理工学研究科 システム理工学専攻 数理科学部門

<sup>\*2</sup>: 芝浦工業大学 システム理工学部 数理科学科

Muto Hisashi<sup>\*1</sup>, Katsunori Ano<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup>: Graduate School of Engineering and Science, Shibaura Institute of Technology

<sup>\*2</sup>: Department of Mathematical Sciences, Shibaura Institute of Technology

### 概要

多くの投票力指数（パワー指数）の研究では、(1) 過半数で議案が通る、(2) 提携が生じる確率が同じ（対称と称す）であることを前提にしている場合が多い。(2) の条件を持つ投票力指数はシャプレイ・シュービック指数、バンザフ指数などがある。本研究では、(1)' 2/3 の賛成で議案が通るとき、および、(2)' 各政党間の提携確率が非対称であるときに、各政党の影響力はどのように変化するのか、を日本参議院の議決データを基に分析する。

## 1 はじめに

投票力指数の分析は過半数で議案が通る前提がほとんどである。日本では最近、憲法改正について話題になっている。日本において憲法改正には参議院、衆議院の両議院で 2/3 の賛成が必要である。第 190 回国会において参議院の議席数は全体で 242 議席であり、憲法改正には 163 の賛成が必要である。また自民党の議席数は 116、民進党は 64 であるため両政党とも他の政党次第になってくる。しかし自民党のほうが議席数が多いため直観的には自民党のほうが憲法改正に有利な立場にいることは容易にわかる。しかし、投票力指数から見ても本当にそうであるかどうか、を検証してみたい。本研究では各政党が憲法改正においてどのくらいの影響力を持っているのかを非対称パワー指数を用いて考察する。2/3 の賛成が必要な場合、民進党の影響力が大幅に増加することが判明する。尚、言うまでもないが本研究は特定の政党の立場を支持するものではない。

## 2 対称なパワー指数

簡潔にシャプレイ・シュービック指数とバンザフ指数を述べる。

シャプレイ・シュービック指数は、協力ゲームの解であるシャプレイ値をシャプレイとシュービックが投票者の影響力の評価に適用したものである。シャプレイ・シュービック指数ではある議案に対し、それに賛成するグループを作っていくときに、ある投票者が賛成するグループに加わることでよりそれまで勝てなかった提携が勝てるようになったとき、その投票者は影響力をもつと考える指数である。またその投票者をピヴォットと呼ぶ。ある投票者  $i$  のシャプレイ・シュービック指数は以下で与えられる。

$$\varphi_i = \frac{1}{n!} \sum_{\substack{S \in W \\ S - \{i\} \in L}} (s-1)! \times (n-s)!$$

ここで、 $n$  は投票者の数、 $S$  は、ある投票者  $i$  を含む勝利提携のうち、 $i$  が抜けると敗北提携になる提携、 $s$  は  $S$  に属する投票者の数、 $W$  は勝利提携、 $L$  は敗北提携。

バンザフ指数はある議案に対し、ある投票者が自らの態度を賛成から反対ないし反対から賛成に変えることにより、結果を可決から否決ないし否決から可決に変えられるとき、その投票者は影響力をもつと考える。またその投票者をスウィングと呼ぶ。ある投票者  $i$  のバンザフ指数は以下で与えられる。

$$\beta_i = \frac{2 \times |\{S \subseteq N : S \in W, S - \{i\} \in L\}|}{2^n} = \frac{|\{S \subseteq N : S \in W, S - \{i\} \in L\}|}{2^{n-1}}$$

ここで、 $n$  は投票者の数、 $S$  はある投票者  $i$  を含む勝利提携のうち、 $i$  が抜けると敗北提携になる提携、 $W$  は勝利提携、 $L$  は敗北提携。

3 日本参議院における対称パワー指数

第 190 回国会が、本研究中では最も直近で利用できる投票行動データを持っていたが、その会期中に民主党と日本維新の会が合併し民進党となった。それゆえに、会期中に政党の解散や結成がなかった第 189 回国会 (平成 27 年 1 月 26 日 ~ 平成 27 年 9 月 27 日) の議案に対する各政党の投票行動データを用いた。表 1 が第 189 回国会における主要 6 政党の議席数である。尚、議席数の多い 6 党のみを取り上げ、残りの政党は省いて考えている。

表 1 政党の議席数

自民	民主	公明	維新	共産	元気	計
113	58	20	11	11	7	242

過半数で可決される議案を通すのに必要な票数は 122 票、憲法改正に必要な票数は 162 票である。ここでは以下のように各政党を略語で表記する。

自民：自由民主党、 民主：民主党・新緑風会、 公明：公明党、  
維新：維新の党、 共産：日本共産党、 元気：日本を元気にする会

3.1 日本参議院におけるシャプレイ・シュービック指数

第 189 回国会の議席数をもとにシャプレイ・シュービック指数を計算すると以下ようになる。

表 2 シャプレイ・シュービック指数

	自民	民主	公明	維新	共産	元気
議席割合	0.47	0.24	0.08	0.05	0.05	0.03
可決数 1/2	0.8	0.05	0.05	0.05	0.05	0
可決数 2/3	0.53	0.33	0.03	0.03	0.03	0.03

議案の可決に 1/2 が必要な場合は、自民が 0.8 と大きな影響力を持ち、民主、公明、維新、共産が 0.05 と同じ影響力、元気に関しては影響力が 0 である。対して、議案の可決に 2/3 が必要な場合には、自民の影響力が弱まり、民主の影響力が強くなる。

3.2 日本参議院におけるバンザフ指数

同様にバンザフ指数を計算すると以下ようになる。

表 3 バンザフ指数

	自民	民主	公明	維新	共産	元気
議席割合	0.47	0.24	0.08	0.05	0.05	0.03
可決数 1/2	0.94	0.06	0.06	0.06	0.06	0
可決数 2/3	0.59	0.53	0.03	0.03	0.03	0.03

議案の可決に 1/2 が必要な場合は、自民が 0.94 と大きな影響力を持ち、民主、公明、維新、共産が 0.06 と同じ影響力、元気に関しては影響力が 0 である。対して、議案の可決に 2/3 が必要な場合には、自民の影響力が弱まり、民主の影響力が強くなる。シャプレイ・シュービック指数とほとんど同じ傾向だということが分かる。

3.3 対称なパワー指数の問題点

これまで計算してきたシャプレイ・シュービック指数とバンザフ指数は対称なパワー指数であるが、これらは各政党のどのような提携も同じ確率で形成されることを前提としている。

しかし現実にはそういうことはなく、例えば

- 自民と公明が連立しているために、ある議案に対する賛成・反対の投票行動が同じになりやすい、すなわち、同じ提携になりやすい。
- 自民と共産は違う提携になりやすい。

ということがあるため、どのような提携も同じ確率で形成されるということは現実的ではない。

そこで各政党の関係や考え方の違いを考慮した非対称性を導入することによって、より現実的な指数を計算していく。各政党間の提携する確率をどのように計算するかがポイントとなる。

4 非対称なパワー指数

4.1 シャプレイ・オーウェン指数

シャプレイ・シュービック指数に非対称性を導入したものがシャプレイ・オーウェン指数である。ここでは数量化Ⅲ類を用いて、提携が起こる確率を議案のデータから計算するための空間（選好空間と呼ぶ）を構成し、その確率を求める。紙面の都合上、提携が生じる確率の計算方法は割愛します ([3]を参照)。

## 4.2 非対称バンザフ指数

バンザフ指数に非対称性を導入したものが非対称バンザフ指数である。各政党が賛成に投票する確率を計算するために因子分析を用いて選好空間を構成した。

$m$  次元立方体  $[-1, 1]^m$  を考える。  $m$  次元の各軸は、各因子に対応し、ここでは数値の取りうる範囲が-1 から 1 の間に限る。さらに確率を計算するために、この選好空間を半径  $1/2$  の  $m$  次元の球  $B_{1/2}^m$  に写して考える。選好空間  $[-1, 1]^m$  上の点  $z = (z_1, \dots, z_m) \neq (0, \dots, 0)$  に対し、実数値を対応させる関数  $d(z)$  を

$$d(z) = \sup\{y > 0 \mid \max_{j=1, \dots, m} \frac{y|z_j|}{\sqrt{z_1^2 + \dots + z_m^2}} \leq 1\}$$

によって定義する。この  $d(z)$  を用いて、  $B_{1/2}^m$  内部の点  $f(z)$  を

$$f(z) = \begin{cases} \frac{z}{2d(z)} & z \neq (0, \dots, 0) \\ 0 & z = (0, \dots, 0) \end{cases}$$

によって定義する。

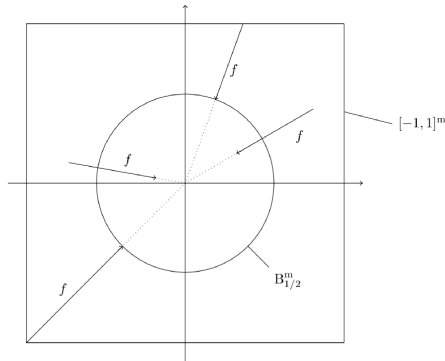


図1  $m = 2$  の場合の  $f$  による写像の例

$f$  は、原点からの方向を変えずに、またベクトルについてはその大きさを維持しながら、  $[-1, 1]^m$  の境界面を  $B_{1/2}^m$  の球面に、  $[-1, 1]^m$  の内部を  $B_{1/2}^m$  に写す写像である。

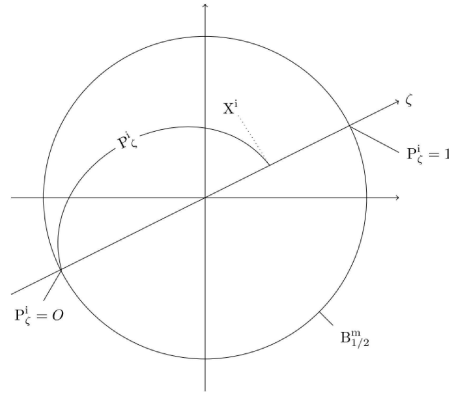


図2 議案 $\xi$ に対する投票者 $i$ が賛成する確率

議案は方向性をもったベクトル $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m)$ で表される。ここではベクトルの大きさを1, すなわち $\sqrt{\xi_1^2 + \dots + \xi_m^2} = 1$ と基準化する。議案 $\xi$ に対し、点 $x^i = (x_1^i, \dots, x_m^i) \in B_{1/2}^m$ に位置する投票者 $i$ が賛成に投票する確率 $p_\xi^i$ を

$$p_\xi^i = \xi_1 x_1^i + \dots + \xi_m x_m^i + 1/2$$

によって定義する。議案 $\xi$ が与えられたときに、投票者の全体の組み合わせ $N$ のうち勝利提携 $S$ に属する投票者が賛成し、他の投票者が反対する組み合わせが起こる確率は

$$\prod_{i \in S} p_\xi^i \prod_{i \in N-S} (1 - p_\xi^i)$$

で与えられ、この組み合わせに対してスウィングになる投票者を求めることができる。これをもとに1人の投票者をとったときに、この議案のもとで彼がスウィングになるような賛成、反対の組が起こる確率を計算することができ、彼がスウィングになる確率を計算することができる。

## 5 日本参議院における非対称パワー指数

以下の第189回国会の議案の投票行動データを使用した。Yは賛成、Nは反対を表している。

表 4 議案に対する投票行動データ

種類	自民	民主	公明	維新	共産	元気	投票行動回数
A	Y	Y	Y	Y	N	Y	34
B	Y	N	Y	Y	N	Y	13
C	Y	N	Y	N	N	Y	12
D	Y	N	Y	N	N	N	7
E	N	Y	N	Y	Y	N	5
F	Y	N	Y	Y	N	N	3
G	Y	Y	Y	N	N	N	3
H	Y	N	Y	Y	Y	Y	2
I	Y	Y	Y	N	N	Y	1
J	Y	Y	Y	Y	N	N	1
K	Y	N	N	Y	N	Y	1

データを見ると自民と公明の投票行動が酷似していることが分かる。K の議案の 1 回のみ違う投票行動をとっている。また、自民と共産を比べてみると H の 2 回のみしか同じ投票行動をしていないということがわかる。

### 5.1 日本参議院におけるシャプレイ・オーウェン指数

議案のデータをもとにシャプレイ・オーウェン指数を計算した結果以下ようになった。

表 5 日本参議院におけるシャプレイ・オーウェン指数

	自民	民主	公明	維新	共産	元気
議席割合	0.47	0.24	0.08	0.05	0.05	0.03
可決数 1/2	0.56	0	0.44	0	0	0
可決数 2/3	0.54	0.01	0	0.45	0	0

### 5.2 日本参議院における非対称バンザフ指数

議案のデータをもとに各政党がそれぞれの議案に賛成する確率を計算すると以下ようになった。

表 6 各政党の賛成確率

種類	自民	民主	公明	維新	共産	元気
A	0.828	0.540	0.783	0.758	0.254	0.716
B	0.885	0.499	0.836	0.660	0.204	0.712
C	0.934	0.435	0.884	0.493	0.157	0.685
D	0.809	0.552	0.765	0.784	0.271	0.715
E	0.939	0.408	0.890	0.416	0.149	0.665
F	0.876	0.507	0.827	0.680	0.213	0.714
G	0.927	0.450	0.877	0.534	0.165	0.694
H	0.913	0.471	0.863	0.589	0.179	0.703
I	0.825	0.543	0.780	0.763	0.257	0.716
J	0.803	0.555	0.760	0.790	0.276	0.714
K	0.218	0.681	0.239	0.913	0.744	0.498

スウィングになる計算方法について自民を例にとって述べる。自民党がスウィングになる組み合わせは

- 自民 + 民主 + その他の政党 0~4 つ
- 自民 + 民主以外の政党すべて

である。自民から元気までをそれぞれ  $a, b, \dots, f$  としそれぞれが賛成する確率を  $P_a, P_b, \dots, P_f$  とする。自民 + 民主が賛成でその他が反対になり、自民がスウィングになる確率は

$$P_b(1 - P_c)(1 - P_d)(1 - P_e)(1 - P_f)$$

となる。その他についても同様に求め、その合計が自民の非対称バンザフ指数になる。すべての非対称バンザフ指数を求めると以下ようになった。

表 7 非対称バンザフ指数

	自民	民主	公明	維新	共産	元気
議席割合	0.47	0.24	0.08	0.05	0.05	0.03
可決数 1/2	0.97	0.04	0.12	0.06	0.02	0
可決数 2/3	0.41	0.77	0.04	0.05	0.15	0.05

民主党の影響力は、シャプレイ・オーエン指数では 0.01, 非対称バンザフ指数では 0.77 と大きく異なる結果が出た。指数の違いによるこの差の大きさと、シャプレイ・オーエン指数での 0.01 は不思議である。検討課題としたい。

## 6 まとめ

今回の分析で判明した事実を簡潔にまとめておく。



- シャプレイ・オーエン指数以外の指数では、可決数を  $1/2$  から  $2/3$  にした際に民主の影響が強くなっていた。

理由としては、民主がピヴォット、スウィングになる組み合わせが増えたことがいえる。可決数  $1/2$  のときの組み合わせが

- － 自民 + 民主
- － 自民 + 元気 + 民主

であるのに対し、可決数  $2/3$  のときの組み合わせが

- － 自民 + 民主
- － 自民 + 民主 + その他 1 党
- － 自民 + 民主 + その他 2 党
- － 自民 + 民主 + その他 3 党
- － すべての政党

となっているため、可決数  $2/3$  において民主の影響力が強くなっている。

- シャプレイ・オーエン指数を除いてその他のすべての指数において元気は可決数  $2/3$  のときには 0 だったが可決数  $2/3$  にしたときに影響力を持っていた。

元気は可決数  $1/2$  のときにはピヴォット、スウィングになる組み合わせは存在しなかったが可決数  $2/3$  のときには

- － 自民 + 公明 + 維新 + 共産 + 元気

の組み合わせのときにピヴォット、スウィングになっていたため、可決数  $1/2$  のときには 0 だった影響力が可決数  $2/3$  にしたときには小さい値ではあるものの影響力を持っていたと考えられる。

- 非対称バンザフ指数において可決数  $1/2$  から可決数  $2/3$  にしたときに民主の影響力が自民を上回った。

これについては大きな理由がわからなかった。ピヴォット、スウィングになる組み合わせの数も 1 パターン自民のほうが多い。これについては今後研究をしていく上での課題とする。

## 参考文献

- [1] 穴太克則・遠藤理世・鈴木貴, 非対称 Banzhaf 指数, Generalized Deegan-Packel 指数による 1998 年参議院選挙後における政党の影響力分析, (2000), 南山経営研究.
- [2] 穴太克則・遠藤理世・鈴木貴, 選考空間を構成せずに議案行動より直接計算する非対称 Banzhaf 指数の一考察 (不確実なモデルによる動的計画理論の課題とその展望), (2001), 数理解析研究所講究録, No.1207, p.127-135.
- [3] 参議院 本会議投票結果, <http://www.sangiin.go.jp/japanese/touhyoulist/touhyoulist.html>.